Aufgabenmix: Fortschreitende Wellen

Aufgabe 1

1.0 Durch eine periodische Schwingung der Frequenz *10 Hz* wird eine Welle mit einer Amplitude von *4,0 cm* und einer Wellenlänge von *30 cm* erzeugt.

1.1 Berechnen Sie die Phasengeschwindigkeit der Welle.

1.2 Zu welchem Zeitpunkt nach Beginn der periodischen Anregung beginnt ein Teilchen zu schwingen, das sich in einer Entfernung von *5,0 m* vom Erreger entfernt befindet ?

1.3 Berechnen Sie den Betrag der maximalen Geschwindigkeit des Teilchens.

(3,0 m/s ; 1,7 s ; 2,5 m/s)

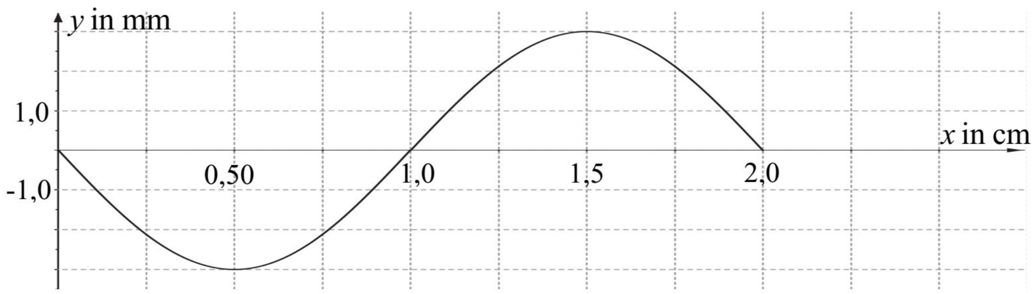
Aufgabe 2

2.0 Eine fortschreitende Welle, die sich nach rechts von $x = 0$ ausbreitet, wird durch eine Schwingung mit einer Frequenz von 5,0 Hz mit einer Amplitude von 2,0 cm angeregt.
Zur Zeit $t_0 = 0$ s befindet sich das Teilchen mit der Koordinate $x = 0$ in der Ruhelage und schwingt nach unten. Die Wellenlänge beträgt 6,0 cm.

2.1 Geben Sie die Wellengleichung mit eingesetzten Zahlenwerten an.
Zeichnen Sie das Bild der Welle zum Zeitpunkt t_0 = 0s und zum Zeitpunkt t_1 = 0,050 s jeweils für $0 \leq x \leq 1{,}5\lambda$.

Aufgabe 3

3.0 **Durch einen harmonisch schwingenden Erreger werden Wasserwellen erzeugt.
Der Erreger schwingt längs der *y*- Achse vertikal zur Wasseroberfläche (*x*-*z*-Ebene) bei $y = 0$.
Die Wellenfronten bewegen sich mit konstanter Ausbreitungsgeschwindigkeit vom Betrag $c = 20\ \mathrm{cm \cdot s^{-1}}$ in die positive *x*-Richtung, ausgehend vom Erreger bei $x = 0$. Die Bewegung eines Punktes der Wasseroberfläche kann als harmonische Schwingung angesehen werden.
Von Störungen, Reflexionen und Dämpfungen der Wellen wird abgesehen.
Zum Zeitpunkt $t = 0$ hat sich die Welle bereits 2,0 cm in *x*-Richtung ausgebreitet.
Das Diagramm zeigt eine Momentaufnahme der Welle zu diesem Zeitpunkt:**



3.1 **Bestimmen Sie die Periodendauer *T* des harmonisch schwingenden Erregers und geben Sie die Wellengleichung $y\,(t;\,x)$ für $t \geq 0$ und $x \in [0;\,2{,}0\ \mathrm{cm}]$ mit eingesetzten Daten an.**

3.2 **Berechnen Sie, wie weit sich die Welle zum Zeitpunkt $t_1 = 0{,}25\ s$ insgesamt seit Ausbreitungsbeginn in *x*-Richtung ausgebreitet hat. Zeichnen Sie die Momentaufnahme der Welle zu diesem Zeitpunkt in ein geeignetes Koordinatensystem.**

3.3 **Der Punkt P befindet sich bei $x_P = 1{,}0\ cm$ auf der Wasseroberfläche.
Bestimmen Sie den Betrag und die Orientierung der Geschwindigkeit $\vec{v}_P(t_2)$ des Punktes P der Wasseroberfläche zum Zeitpunkt $t_2 = 0{,}10\ s$.**

(0,10s ; 7,0 cm ; –0,19 m/s)

Name | Klasse | Datum | | Seite / Blatt

Aufgabenmix: Fortschreitende Wellen (1/2)

1.0 Geg: $f = 10\,Hz$; $\hat{y} = A = 4{,}0\,cm$; $\lambda = 30\,cm$

1.1 $c = \lambda \cdot f = 30\,cm \cdot 10\,\frac{1}{s} \Rightarrow c = 300\,\frac{cm}{s} \Rightarrow \underline{c = 3{,}0\,\frac{m}{s}}$

1.2 $\Delta x = v \cdot \Delta t \Leftrightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{5{,}0\,m}{3{,}0\,m/s} \Rightarrow \underline{\Delta t = 1{,}7\,s}$

1.3 $y(t) = A \cdot \sin(2\pi f t + \varphi_0)$: Teilchen schwingt vertikal

$v(t) = \underbrace{A}_{} \cdot 2\pi f \cdot \cos(2\pi f t + \varphi_0) \quad (= \dot{y}(t))$

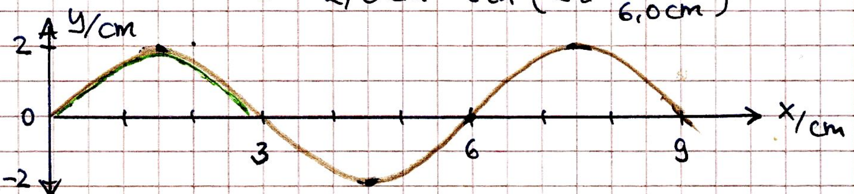
$v_{max} = \hat{y} \cdot 2\pi f = 4{,}0\,cm \cdot 2\pi \cdot 10\,s^{-1} \Rightarrow v_{max} = 251\,\frac{cm}{s} \Rightarrow \underline{v_{max} = 2{,}5\,\frac{m}{s}}$

2.0 Geg: $f = 5{,}0\,Hz$; $\hat{y} = 2{,}0\,cm$; $\lambda = 6{,}0\,cm$

2.1 $y(t;x) = -2{,}0\,cm \cdot \sin\left(2\pi \cdot \left(5{,}0\,\frac{1}{s} \cdot t - \frac{x}{6{,}0\,cm}\right)\right)$

$y(t=0;x) = -2{,}0\,cm \cdot \sin\left(-2\pi \cdot \frac{x}{6{,}0\,cm}\right)$; $\sin(-x) = -\sin(x)$

$= 2{,}0\,cm \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{x}{6{,}0\,cm}\right)$

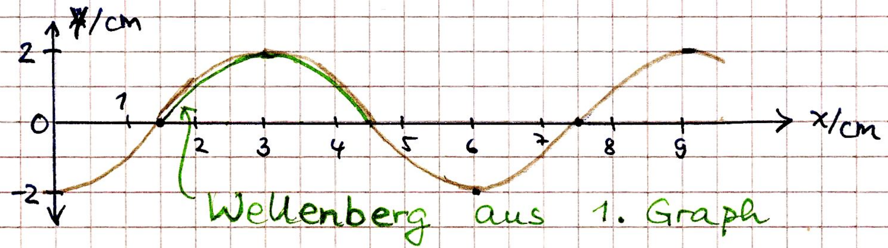


Für $t_1 = 0{,}050\,s$:

$y(0{,}050\,s;x) = -2{,}0\,cm \cdot \sin\left(2\pi \cdot 5{,}0\,\frac{1}{s} \cdot 0{,}050\,s - 2\pi \cdot \frac{x}{6{,}0\,cm}\right)$

$= 2{,}0\,cm \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{6{,}0\,cm} \cdot \left(x - \underbrace{5{,}0\,\tfrac{1}{s} \cdot 0{,}050\,s \cdot 6{,}0\,cm}_{= 0{,}25\lambda = 1{,}5\,cm}\right)\right)$

Die Sin-Kurve ist um 1,5 cm nach rechts gewandert



Aufgabenmix Fortschreitende Wellen 2/2

3.0 Geg: $c = 20\,\frac{cm}{s}$; $\Delta x = 2{,}0\,cm$

3.1 Aus Diagramm: $\lambda = 2{,}0\,cm$; $\hat{y} = 3{,}0\,cm$

$c = \frac{\lambda}{T} \Leftrightarrow T = \frac{\lambda}{c} = \frac{2{,}0\,cm}{20\,cm/s} \Rightarrow T = 0{,}10\,s$

Die Welle breitet sich n. rechts aus. Die Erregerschwingung hat sich schon bis $x = 2{,}0\,cm$ ausgebreitet. Im weiteren Verlauf wird sich der Punkt bei $x = 2{,}0\,cm$ n. oben bewegen.

Also ist $y(t; x=0) = +A \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{t}{T} - 0\right) \sim +\sin(\ldots)$

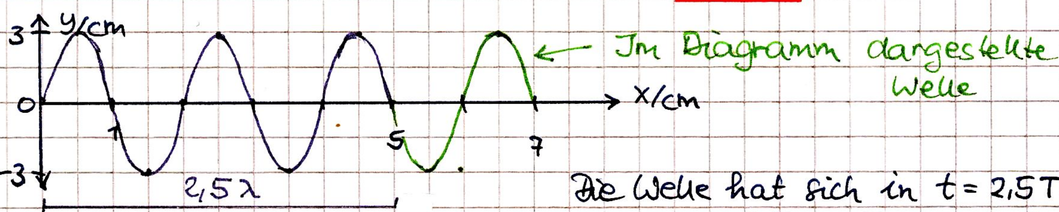
$\Rightarrow y(t; x) = 3{,}0\,cm \cdot \sin\left(2\pi\left(\frac{t}{0{,}10\,s} - \frac{x}{2{,}0\,cm}\right)\right)$

(Für $t = 0$: $y(0; x) = 3\,cm \cdot \sin\left(-\frac{2\pi x}{\lambda}\right) = -3{,}0\,cm \cdot \sin\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right)$
$\hat{=}$ Darstellung / Diagr.

3.2 Bis $t_1 = 0{,}25\,s$ hat sich die Welle um weitere $\Delta x_1 = c \cdot t_1$

$\Rightarrow \Delta x_1 = 20\,\frac{cm}{s} \cdot 0{,}25\,s \Rightarrow \Delta x_1 = 5{,}0\,cm$ ausgebreitet

Zusammen also: $2{,}0\,cm + 5{,}0\,cm = 7{,}0\,cm$



Die Welle hat sich in $t = 2{,}5\,T$ um $\Delta x = 2{,}5\lambda = 5\,cm$ ausgebreitet.

3.3 $v(t; x) = \dot{y}(t; x) = \hat{y} \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \cos\left(2\pi \cdot \frac{t}{T} - 2\pi \cdot \frac{x}{\lambda}\right)$

$v(0{,}10\,s; 1{,}0\,cm) = 3{,}0\,cm \cdot \frac{2\pi}{0{,}10\,s} \cdot \cos\left(2\pi \cdot \frac{0{,}10\,s}{0{,}10\,s} - 2\pi \cdot \frac{1{,}0\,cm}{2{,}0\,cm}\right)$

$= 3{,}0\,cm \cdot \frac{2\pi}{0{,}10\,s} \cdot \cos(\pi)$; $\cos(\pi) = -1$

$v(0{,}10\,s; 1{,}0\,cm) = -188{,}5\,\frac{cm}{s} = -1{,}9\,\frac{m}{s}$

Der Körper bewegt sich mit $|v| = 1{,}9\,\frac{m}{s}$ nach unten.

(Vgl. auch Diagramm: Bei der Ausbreitung der Welle nach rechts wandert der Punkt bei $x = 1{,}0\,cm$ n. unten; Wellenbild sieht für $t = 0{,}10\,s = T$ bei $x = 1{,}0\,cm$ aus wie Diagr.)

Name Klasse Datum Seite Blatt

Aufgabenmix Fortschreitende Wellen (2/2)

3.0 $c = 20\,\frac{cm}{s}$; $\Delta x = 2{,}0\,cm$

3.1 Aus Diagramm : $\lambda = 2{,}0\,cm$; $\hat{y} = 3{,}0\,cm$

$c = \frac{\lambda}{T} \Leftrightarrow T = \frac{\lambda}{c} = \frac{2{,}0\,cm}{20\,cm/s} \Rightarrow \underline{T = 0{,}10\,s}$

$\underline{y(t;x) = 3{,}0\,cm \cdot \sin\left(2\pi\left(\frac{t}{0{,}10\,s} - \frac{x}{6{,}0\,cm}\right)\right)}$; $\sin(-x) = -\sin(x)$

(liefert für $t = 0$: $y(0;x) = -3{,}0\,cm \cdot \sin\left(2\pi\frac{x}{6{,}0\,cm}\right)$

3.2 Bis $t_1 = 0{,}25\,s$: $\Delta x_1 = c \cdot t_1 = 20\,\frac{cm}{s} \cdot 0{,}25\,s \Rightarrow \Delta x_1 = 5{,}0\,cm$

Vor $t = 0$ hat sie schon 2,0 cm zurückgelegt.

Also seit Beginn der Ausbreitung : 2,0 cm + 5,0 cm = <u>7,0 cm</u>

Skizze :

– Wellenzug aus Diagr. nach 0,25 s um 5,0 cm weiter

Bis x = 0 fortgesetzt

Oder : $y(t = 0{,}25\,s; x) = \hat{y} \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{0{,}25\,s}{0{,}10\,s} - 2\pi \cdot \frac{x}{6{,}0\,cm}\right)$

$= \hat{y} \cdot \sin\left(5\pi - 2\pi \cdot \frac{x}{6{,}0\,cm}\right) = -\hat{y} \cdot \sin\left(2\pi\frac{x}{6\,cm} - \pi\right)$

$= \hat{y} \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{x}{6{,}0\,cm}\right)$, weil $\sin(\varphi - \pi) = -\sin(\varphi)$

3.3 $y(t;x) = \hat{y} \cdot \sin\left(2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{x}{\lambda}\right)$

$v(t;x) = \dot{y}(t;x) = \hat{y} \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right)$

$v(0{,}10\,s; 1{,}0\,cm) = 3{,}0\,cm \cdot \frac{2\pi}{0{,}10\,s} \cdot \cos\left(2\pi \cdot \underbrace{\frac{0{,}10\,s}{0{,}10\,s} - 2\pi \cdot \frac{1{,}0\,cm}{2{,}0\,cm}}_{\pi}\right)$

$= 3{,}0\,cm \cdot \frac{2\pi}{0{,}10\,s} \cdot \cos(\pi)$

$= -3{,}0\,cm \cdot \frac{2\pi}{0{,}10\,s}$

$\Rightarrow v(0{,}10\,s; 1{,}0\,cm) = -188{,}5\,\frac{cm}{s}$

Er bewegt sich mit <u>$|v| = 1{,}9\,\frac{m}{s}$ nach unten</u>

(Vgl. Diagramm auf Angabe : Sieht nach $t = 0{,}10\,s = T$ genauso aus)

Aufgabenmix(2) – Wellengleichung

Abi 2010 – I

1.0 Durch einen harmonisch schwingenden Erreger wird in einer Wellenwanne eine Wasserwelle mit geraden Wellenfronten erzeugt. Die Wellenbewegung hat bereits alle Punkte der Wasseroberfläche erfasst.
Die x-Achse eines kartesischen Koordinatensytems verläuft horizontal und senkrecht zu den Wellenfronten, die y-Achse des Koordinatensystems ist vertikal nach oben gerichtet.
Der Erreger der Wasserwelle befindet sich an der Stelle $x_0 = 0\,\text{cm}$ und bewegt sich zum Zeitpunkt $t_0 = 0\,\text{s}$ gerade durch die Nulllage nach oben. Die Welle, die sich vom Erreger aus in positiver x-Richtung ausbreitet, lässt sich durch folgende Wellengleichung beschreiben:

$$y(t;x) = 0{,}70\,\text{cm} \cdot \sin\left[2\pi \cdot \left(\frac{t}{0{,}40\,\text{s}} - \frac{x}{6{,}0\,\text{cm}}\right)\right]$$

1.1 Berechnen Sie die Frequenz f der Erregerschwingung und den Betrag c der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle aus den Daten der Wellengleichung. [2 BE]

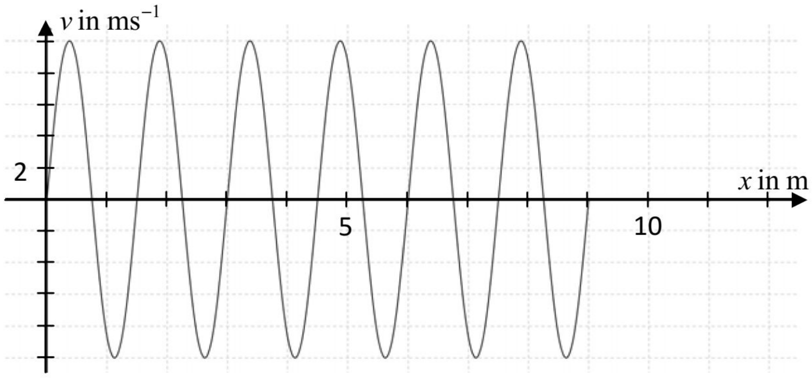
1.2 Zeichnen Sie im Maßstab 1:1 für den Zeitpunkt $t_1 = 0{,}30\,\text{s}$ das Momentanbild der Welle im Bereich $0\,\text{cm} \leq x \leq 12{,}0\,\text{cm}$. [4 BE]

1.3.1 P sei ein Punkt an der Wasseroberfläche mit der x-Koordinate $x_P = 10{,}0\,\text{cm}$.
Berechnen Sie für den Zeitpunkt $t_1 = 0{,}30\,\text{s}$ den Betrag der Geschwindigkeit des Punktes P.
Zeichnen Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}(0{,}30\,\text{s}\,;10{,}0\,\text{cm})$ in das Momentanbild von Teilaufgabe 1.2 ein, indem Sie den zugehörigen Vektorpfeil am Punkt P anheften.
Verwenden Sie dabei den Maßstab: $5{,}0\,\frac{\text{cm}}{\text{s}} \mathrel{\hat{=}} 1\,\text{cm}$ [4 BE]

1.3.2 Zeichnen Sie auch den Vektorpfeil für die Geschwindigkeit $\vec{v}(0{,}30\,\text{s}\,;1{,}5\,\text{cm})$ unter Verwendung des unter 1.3.1 angegebenen Maßstabes in das Bild von Teilaufgabe 1.2 ein. [2 BE]

Abi 2018 - II

8 | 2 | Jetzt wird die fortschreitende Ausbreitung der Welle eines anderen Seils untersucht, dessen linkes Ende ab dem Zeitpunkt $t = 0$ zu sinusförmigen Schwingungen mit der Frequenz f angeregt wird. Das Seil ist in Ausbreitungsrichtung so lang, dass die Welle während der betrachteten Zeitspanne das rechte Ende des Seils nicht erreicht. Das Diagramm zeigt das komplette Momentbild der Geschwindigkeitsverteilung $v(x)$ zum Zeitpunkt $t_1 = 3{,}0\,\mathrm{s}$.



Bestimmen Sie mit Hilfe des Diagramms die Frequenz f und die Amplitude $\hat{y}$, sowie die Gleichungen für die Teilchengeschwindigkeit $v(t;x)$ und die Elongation $y(t;x)$ der Welle.

Name | Klasse | Datum | Seite | Blatt

Abi 2010 – I

1.0 $y(t;x) = 0{,}70\,\text{cm} \cdot \sin\left(2\pi\left(\frac{t}{0{,}40\,s} - \frac{x}{6{,}0\,\text{cm}}\right)\right)$

1.1 Aus Wellengleichung: $A = 0{,}70\,\text{cm}$; $T = 0{,}40\,s$; $\lambda = 6{,}0\,\text{cm}$

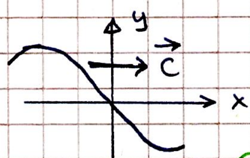
$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}40\,s} \Rightarrow f = 2{,}5\,\text{Hz}$

$c = \lambda \cdot f = 6{,}0\,\text{cm} \cdot 2{,}5\,\text{Hz} \Rightarrow c = 15\,\frac{\text{cm}}{s}$

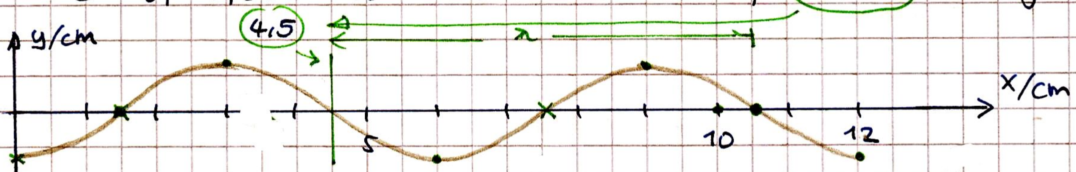
1.2 Mit TR: $y(t=0{,}30s; x) = 0{,}70\,\text{cm} \cdot \sin\left(2\pi \cdot \left(\frac{0{,}30s}{0{,}40s} - \frac{x}{6{,}0\,\text{cm}}\right)\right)$

Oder: Für $t = 0s$: & Malen nach Zahlen

"Schwingt n. oben für t = 0" $\Rightarrow$



Nach $t_1 = 0{,}30s$ ist die Welle $\Delta x = c \cdot t_1 = 4{,}5\,\text{cm}$ weit gek.



1.3.1 $y_P(t) = y(t; x = 10\,\text{cm})$

$v_P(t) = \dot{y}(t; x = 10\,\text{cm}) = \hat{y} \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \cos\left(2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right)$

$v_P(t = 0{,}30s) = 0{,}70\,\text{cm} \cdot \frac{2\pi}{0{,}40s} \cdot \cos\left(2\pi \cdot \left(\frac{0{,}30s}{0{,}40s} - \frac{10\,\text{cm}}{6{,}0\,\text{cm}}\right)\right)$

$v_P(t = 0{,}30s) = 9{,}5\,\text{cm}/s$

(Mit Maßstab: 1,9 cm lang)

1.3.2 Wie oben mit $x = 7{,}5\,\text{cm}$

$v_{P*}(t = 0{,}30s) = -11\,\text{cm}/s$ (Mit Maßstab: 2,2 cm n. unten)

(Man fragt sich zurecht, was sich die Herrn von der Prüfungskomission dabei gedacht haben.)